

# 基于方位角计算的拓扑多边形自动构建快速算法

闫浩文 杨维芳

(兰州铁道学院土木工程系, 兰州 730070)

陈全功 梁天刚

(甘肃省草原生态研究所, 兰州 730020)

**摘要** 自动构建多边形是地理数据拓扑关系建立的重点和难点之一, 其算法的自动化、速度和复杂性一直制约着GIS中有关模块的设计开发和地理数据库的建立. 针对该问题, 通过研究, 提出了一种基于方位角计算的多边形快速构建算法, 很好地解决了多边形的构建及“岛屿”与“飞地”的处理问题. 整个算法结构清晰, 简单易懂, 且程序设计易于实现.

**关键词** 多边形 拓扑关系 方位角

中图法分类号: P283.7 P209 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2000)07-0563-05

## A Fast Algorithm of Topological Polygon Auto-Construction Based on Azimuth Calculation

YAN Hao-wen, YANG Wei-fang

(Dept. Of Civil Engineering of Lanzhou Railway University, Lanzhou 730070)

CHENG Quan-gong, LIANG Tian-gang

(Grassland and Ecology Institute of Gansu Province, Lanzhou 730020)

**Abstract** Polygon construction is one of the most important and difficult parts in the establishments of topological relationships of geographic data, and its automation, speed and complexity hedge the development of related modules of GISs and the establishments of geographic data bases. A speedy polygon auto-construction algorithm based on azimuth calculation is put forward in this paper, which constructs polygons and deals with the problems of “islands” and “enclaves” successfully. The algorithm's structure is concise, easily understandable and conveniently programmable.

**Keywords** Polygon, Topological relationship, Azimuth

## 0 引言

拓扑关系的存在是空间数据区别于其它数据的一个重要特征. 其空间数据拓扑关系的构建是空间数据库建立的一项关键技术, 而弧段-多边形拓扑关系的建立又是其中的难点<sup>[1~3]</sup>. 弧段-多边形拓扑关系的建立通常有两种方法: 其一是人工构建, 如美国人口调查局的DIME系统; 其二是自动构建, 当前GIS开发多采用这种方法<sup>[4,5]</sup>.

目前, 对拓扑多边形的自动构建算法, 学者们的

研究侧重点各异, 但基本都是从自动化程度、时间效率和算法的复杂性出发来进行优化与改进, 其早期的算法一般都离不开人工干预(如输入内点、多边形编码等)<sup>[1,3~5]</sup>, 这对全自动成图是不利的. 文献[2]、[6]提出的Qi算法, 在时间效率上有了较大的改进, 自动化程度也较高, 但时间效率仅体现在把 $\tan^{-1}(x)$ 的计算置换为Qi函数值的计算, 而对于多边形搜索、多边形拓扑关系的确定基本上仍沿用原来的方法.

本文提出了一种基于方位角定义的多边形自动构建方案, 其基本思路是: (1) 弧段邻接关系确定;

(2) 弧段方位角计算; (3) 多边形搜索; (4) 拓扑关系确定. 该算法较之其它算法的特点是: (1) 只进行  $2N$  ( $N$  为弧段数) 次方位角计算, 籍此就可以搜索出所有的多边形; (2) 多边形拓扑关系的确定摒弃了面积的计算, 而借助于点与多边形的包含关系进行判定; (3) 内点生成简便易行. 实验及应用研究表明, 该算法的时间效率较高, 思路清晰易懂, 且程序实现的工作量较小.

## 1 方位角的计算方法

坐标方位角是测量学中的一个基本概念, 是指从坐标北方向起, 顺时针旋转到某一射线间的角度. 此处借用该概念, 并规定: 把从平面直角坐标系  $x$  轴的正半轴起, 逆时针旋转到某一射线的角度称为该射线坐标方位角, 其取值范围为  $0^\circ \sim 360^\circ$ .

如有射线  $AB$ , 其首端点为  $A(x_A, y_A)$ ,  $AB$  上另一点为  $B(x_B, y_B)$ , 其坐标方位角用  $\alpha_{AB}$  表示, 则  $\alpha_{AB}$  可按照下式计算:

$$D_x = x_B - x_A;$$

$$D_y = y_B - y_A;$$

$$(1) \text{ 若 } D_x = 0, D_y > 0, \text{ 则 } \alpha_{AB} = 90^\circ;$$

$$(2) \text{ 若 } D_x = 0, D_y < 0, \text{ 则 } \alpha_{AB} = 270^\circ;$$

$$(3) \text{ 若 } D_x > 0, D_y \geq 0, \text{ 则 } \alpha_{AB} = \arctan(D_y/D_x);$$

$$(4) \text{ 若 } D_x > 0, D_y < 0, \text{ 则}$$

$$\alpha_{AB} = \arctan(D_y/D_x) + 360^\circ;$$

$$(5) \text{ 若 } D_x < 0, \text{ 则 } \alpha_{AB} = \arctan(D_y/D_x) + 180^\circ.$$

(注:  $D_x = 0, D_y = 0$  时, 方位角不存在, 这种情况本算法不予考虑)

## 2 拓扑邻接的两弧段间夹角的计算方法

一条弧段至少由两个点组成, 而拓扑邻接的两弧段间的夹角是指从它们的公共端点  $O$  出发的两条射线(若公共端点是弧段的起点, 则射线指向弧段的第二点; 若公共端点是弧段的末点, 射线指向弧段的倒数第二点) 所夹的有向角, 其取值范围为  $0^\circ \sim 360^\circ$ . 若弧段  $A_1, A_2$  有公共端点, 且在该端点两弧段的坐标方位角分别为  $\alpha_1, \alpha_2$ , 则两弧段间夹角按照下列公式计算(示例如图 1).

$$\text{若 } \alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_{12} = \alpha_1 - \alpha_2;$$

$$\text{若 } \alpha_1 < \alpha_2, \beta_{12} = \alpha_1 - \alpha_2 + 360^\circ;$$

其中:  $\alpha_1$  是起始弧段  $A_1$  在端点  $O$  的坐标方位角;

$\alpha_2$  是终止弧段  $A_2$  在端点  $O$  的坐标方位角;

$\beta_{12}$  是端点  $O$  处从弧段  $A_1$  到  $A_2$  的夹角. 反之,  $\beta_{21}$  是端点  $O$  处从弧段  $A_2$  到  $A_1$  的夹角, 且有  $\beta_{12} + \beta_{21} = 360^\circ$  成立.

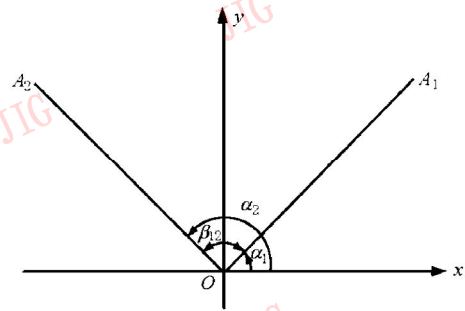


图 1 方位角及夹角计算

## 3 多边形搜索的最小角法则

一条弧段可作为一个或两个多边形的组成边而存在, 亦即从一条弧段出发最多可以搜索出两个正确的多边形. 如图 2 所示, 若从弧段  $A_1$  的一端  $O$  出发, 并把它作为起始弧段, 把与  $A_1$  的  $O$  端拓扑关联的其它弧段作为中止弧段, 然后比较并找出与  $A_1$  夹角最小的中止弧段  $A_2$ , 并把  $A_2$  作为新的起始弧段, 再从它的另一端点出发重复以上过程继续搜索, 直到回到出发弧段  $A_1$  的另一端为止, 则所有搜索出的弧段就构成了一个多边形. 同样, 从  $A_1$  的  $O$  端开始, 并把它作为中止弧段, 把与它拓扑关联的其它弧段作为起始弧段, 然后比较并找出与该弧段夹角最小的弧段, 并把找出的弧段作为新的中止弧段, 再从新弧段的另一端点出发重复以上搜索过程, 直到回到  $A_1$  的另一端为止, 则所有搜索出的弧段就构成了另一个多边形. 这样, 从一条弧段出发可以跟踪出两个多边形, 此方法可称为多边形搜索的最小角法则.

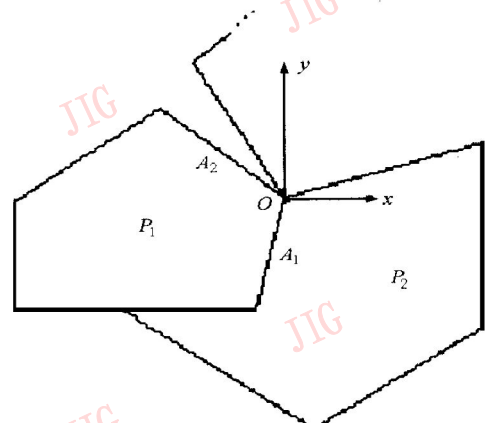


图 2 运用最小角法则搜索多边形

### 4 多边形的自动构建算法

#### 4.1 弧段间拓扑邻接关系的确定

##### 4.1.1 弧段无邻接关系的处理

弧段是有向坐标串的集合, 它往往是从图形数字化而得, 并以文件形式保存的, 但有的数字化软件不对数字化的弧段进行分断处理和端点坐标匹配, 从而出现了部分弧段的首末点与其它弧段无邻接关系的现象.

为此, 需要确定一个距离值  $LIMIT$  作为端点坐标匹配的限差, 来对弧段进行断开处理. 设全部弧段中的最大、最小坐标分别是  $X_{max}$ 、 $Y_{max}$ 、 $X_{min}$ 、 $Y_{min}$ ,  $L$  是  $X_{max} - X_{min}$  与  $Y_{max} - Y_{min}$  的较小者,  $A$  是最小弧段的长度, 则根据实验,  $LIMIT$  取  $L/1000$  与  $A$  的小者对端点坐标进行匹配为优. 若某一弧段  $M$  的首(末)端点与其它弧段的首(末)端点及本弧段的末(或首)端点的距离均大于  $LIMIT$ , 则搜索其它弧段的坐标, 找出与该端点距离最近的点  $P$  及其所在的弧段  $N$ , 然后把弧段  $N$  以  $P$  为界, 分为两条弧段, 并把  $P$  点作为新弧段  $M$  的端点. 再对所有弧段的首末端点进行上述操作, 完成弧段的断开处理.

##### 4.1.2 建立弧段拓扑邻接表

从第一条弧段的首端点出发, 找出与其距离小于等于  $LIMIT$  的弧段端点, 并记录其弧段编号和标记端点位置. 若某一弧段  $N$  的首端点与另一弧段相关联, 则在弧段拓扑邻接关系表中标记为  $N$ ; 若末端点与另一弧段相关联, 则标记为  $-N$ . 如图 3 所示的弧段图形, 其弧段拓扑邻接关系如表 1.

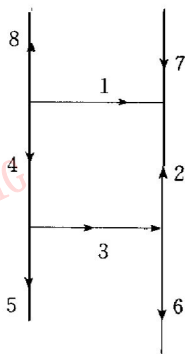


图3 弧段拓扑邻接示意图

#### 4.2 方位角的计算

按照方位角计算公式计算, 并保存所有弧段首末端的坐标方位角. 而在多边形的搜索时不再进行方位角计算.

表 1 弧段拓扑邻接表

1	首	4, 8
	末	- 2, - 7
2	首	- 3, 6
	末	- 1, - 7
3	首	- 4, 5
	末	2, 6
4	首	1, 8
	末	5, 3

#### 4.3 多边形的搜索

多边形的搜索按照最小角法则进行. 从编号为 1 的弧段的始端出发, 查找弧段拓扑邻接表中与该端点关联的弧段, 按照最小角法则可以搜索出两个多边形. 依照上述方法, 依次把其它弧段作为开始弧段, 共可找出  $2N$  ( $N$  为总弧段数) 个多边形. 搜索过程中, 记录构成多边形的弧段编号(一弧段首端与上一弧段关联用正边号, 否则用负边号) 和弧段数, 即形成多边形与弧段的拓扑关联表. 如图 4 所示, 被搜索后构成的弧段与多边形拓扑关联表见表 2.

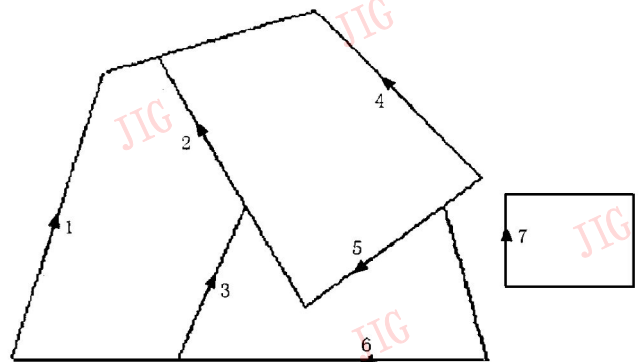


图 4 有向弧段示例

表 2 弧段与多边形拓扑关联表

多边形编号	弧段号
1	- 1, - 6, 4
2	- 1, 3, 2
3	- 2, - 5, 4
4	- 2, - 3, 1
.....	.....
13	- 7
14	7

#### 4.4 多余多边形的消除

由于按照最小角法则搜索出的多边形, 其中部分是重复的(例如“岛”被搜索了两次), 部分是错误的(例如外围轮廓多边形), 因此这两种多边形需要去除. 其中重复多边形的去除是从多边形与弧段的拓扑关联表中按照边数相等, 且边号绝对值相等的原则来进行; 而错误多边形的去除则按照下面原则进行: 一个多边形与另一多边形有公共边, 同时它又

包含另一多边形的非公共边上一点,则该多边形是错误多边形.表3是表2消除多余多边形后的结果.

表3 修正后的弧段与多边形拓扑关联表

多边形编号	弧段号
1	- 1, 3, 2
2	- 2, - 5, 4
3	- 3, - 6, 5
4	- 7

## 4.5 多边形拓扑关系的确定

### 4.5.1 多边形拓扑邻接关系的确定

搜索多边形与弧段的拓扑关联表,若多边形 $P_1$ 与多边形 $P_2$ 有公共弧段,则它们拓扑邻接,记录其拓扑邻接关系即形成多边形拓扑邻接关系表.

### 4.5.2 多边形拓扑包含关系的确定

通过搜索多边形拓扑邻接关系表及多边形与弧段的拓扑关联表即可确定多边形拓扑包含关系,若多边形 $P_1$ 与 $P_2$ 没有拓扑邻接关系,且 $P_2$ 上有一点在多边形 $P_1$ 内,则多边形 $P_1$ 包含多边形 $P_2$ .依照上述方法搜索所有多边形,并记录其包含关系,即可形成多边形拓扑包含关系表.但是这种方法不能正确判定多边形的多重包含关系.例如图5,判定的结果是多边形 $P_1$ 包含多边形 $P_2$ ,又包含多边形 $P_3$ ,而实际上 $P_1$ 与 $P_3$ 的包含关系是错误的,应该消除.因此需搜索多边形拓扑包含关系表,按照临近包含的原则修正包含关系.这样,作为“飞地”的多边形与其它多边形的包含关系才得以确认,而作为“岛屿”的多边形亦在多边形与弧段的拓扑关联表中作为独立的多边形存在.

判断点与多边形包含关系的方法很多,如铅垂线内点法、遍历算子法、定边算子法、双邻点法<sup>[7]</sup>等,每种方法各有优缺点.本文采用铅垂线内点法,其判断

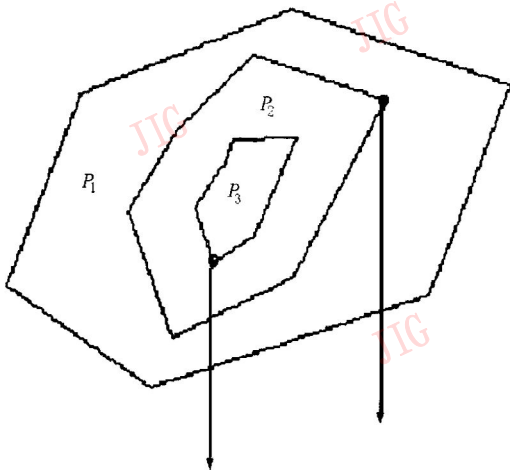


图5 多边形包含关系判断示例

点与多边形包含的依据是铅垂线与多边形交点个数的奇偶性,即若交点个数为偶,则点在多边形外,否则点在多边形内.铅垂线内点法的难点是铅垂线通过多边形顶点时交点个数的计算.为此,根据铅垂线的特殊性,运用坐标比较的方法,分4种情况讨论铅垂线与多边形的交点个数(设为 $num = 0$ )是否累加:(1)铅垂线与多边形不相交,则 $num$ 不变;(2)铅垂线与多边形相交,且交点非顶点,则 $num$ 加1;(3)铅垂线与多边形共线,则 $num$ 不变;(4)铅垂线与多边形相交,且交点为顶点, $num$ 是否累加则需视交点(设为 $P$ )及多边形上与其相邻的两点(设为 $P_1, P_2$ )的 $X$ 坐标而定:若 $X_P < X_{P_1}$ 且 $X_P < X_{P_2}$ ,或者 $X_P > X_{P_1}$ 且 $X_P > X_{P_2}$ ,则 $num$ 不变;否则 $num$ 加1.

### 4.5.3 多边形与内点的拓扑包含关系的确定

内点是在多边形内填充颜色、图案、符号的根据,若数字化时已为多边形生成了内点文件,则按照铅垂线内点匹配法,建立多边形与内点的拓扑包含关系表;否则,要用程序自动生成内点.而用程序自动生成内点的方法是:在多边形上任取一条线段的中点 $P(X, Y)$ ,然后生成4点: $P_1(X-1, Y)$ ,  $P_2(X+1, Y)$ ,  $P_3(X, Y-1)$ ,  $P_4(X, Y+1)$ ,再用铅垂线内点法判断,至少有一点在多边形内,则此点即为多边形的一个内点.

## 5 试验与结论

多边形的构建是地理数据拓扑关系建立的难点之一,其算法的自动化、速度和复杂性一直制约着GIS与电子地图中有关模块的设计开发.由上述可知,本文提出的基于方位角计算的多边形构建算法较之常规算法有下面的优点:(1)不用人工干预,因而实现了完全自动化;(2)只进行 $2N$ ( $N$ 为弧段个数)次角度计算,其它基本为加减运算和逻辑运算,故速度较快;(3)对弧段拓扑邻接关系表进行一次搜索,即生成 $2N$ 个多边形,且在消除多余多边形后可方便地确定多边形拓扑关系,这样使“岛屿”与“飞地”问题得到了解决,并使整个算法结构简单清晰.

本算法在Windows 95支持的Borland C++(V5.0)下实现编程,并在国家“九五”重点攻关项目“云贵高原草地畜牧业可持续发展研究”中得到应用,对于有74个行政单元的甘肃省行政图,构建多边形约需8s;对于有9个行政单元的中华人民共和国行政略图,构建多边形约需2s.

## 参 考 文 献

- 1 陈春, 张树文, 徐佳芬. GIS 中多边形图拓扑信息生成的数学基础. 测绘学报, 1996, 25(3): 266~ 271.
- 2 齐华, 刘文熙. 建立结点上弧-弧拓扑关系的 Qi 算法. 测绘学报, 1996, 25(3): 233~ 235.
- 3 杜清运. 地图数据库中多边形数据的自动组织. 测绘学报, 1989, 18(3): 202~ 212.
- 4 张超, 陈丙咸, 邬伦. 地理信息系统. 北京: 高等教育出版社, 1995, 1~ 10.
- 5 徐庆荣, 杜道生, 黄伟等. 计算机地图制图原理. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1993, 155~ 165.
- 6 齐华. 自动建立多边形拓扑关系算法步骤的优化与改进. 测绘学报, 1997, 26(3): 254~ 260.
- 7 杨海宏, 李天宏, 薛安. 利用双邻点判断法优化拓扑关系自动生成算法. 中国图象图形学报, 1998, 3(7): 584~ 587.



杨维芳 30 岁, 1996 年在武汉测绘科技大学获硕士学位. 现为兰州铁道学院讲师.

陈全功 1968 年毕业于北京石油学院物探专业, 获学士学位. 现在甘肃省草原生态研究所从事遥感图象处理、解译及分析等科研工作.



梁天刚 33 岁, 1998 年于兰州大学获理学博士学位. 主要从事地理信息系统在草原学、生态学等方面的应用研究工作.



闫浩文 31 岁, 兰州铁道学院讲师, 1996 年在武汉测绘科技大学获硕士学位. 现为武汉测绘科技大学 GIS 博士生.

## 2000 年国产 GIS 软件测评工作全面展开

6 月 5 日, 国产地理信息系统软件的测评工作已经全面展开. 这是自 1996 年以来的第五届测评, 又是“九五”、“十五”规划的承启年, 预计对于进一步促进国产地理信息系统软件的高水准和中国 GIS 产业市场的繁荣与发展, 具有重要意义.

这项由国家科技部牵头, 并列“九五”重中之重科研项目的测评活动是由有关部、局组成专门的 GIS 软件专家测评机构来完成的. 今年的测评日程较往年有所提前, 按基础软件和应用软件、单项工具软件分类, 计三十余个报名参评单位, 整个测评于 6 月 11 日结束.

伴随电子和网络技术的飞速发展, 今年的测评申报与考评具有新特点: 第一, 测评程式与标准日臻规范, 测评经验更为丰富成熟; 第二, 评定重点更加强调 GIS 软件的二次开发能力, 突出与产业发展和市场开拓紧密结合, 注重软件开发的实用性; 第三, 一批民营 GIS 研发企业势小而锐, 年轻而虎, 具有相当的潜力.

为今年测评提供电脑设备的是联想集团经销商北伟公司; 提供输出设备的是惠普公司.